
Utilizarea modelelor VaR pentru managementul portofoliului

Adrian Codirlasu, PhD, CFA
CFA Romania
May 26, 2009

Măsurarea riscului de piață

Amendamentul acordului de la Basel pentru încorporarea riscului de piață în calculul cerințelor de capital (1995)

- Riscul de piață definit ca riscul de a înregistra pierderi atât din pozițiile bilanțiere cât și din cele extrabilanțiere datorită evoluțiilor prețurilor activelor
- Riscurile reglementate:
 - Riscul implicat de tranzacționarea instrumentelor sensibile la rata dobânzii și la evoluția cursului acțiunilor;
 - Riscul de curs de schimb și riscul legat evoluția prețului mărfurilor
- Permite băncilor să utilizeze propriile modele de management al riscului de piață
- A rămas în vigoare și ulterior adoptării acordului Basel II (sub denumirea de BIS 98)

Măsurarea riscului de piață - VaR

- *VaR*-ul reprezintă pierderea estimată a unui portofoliu fix de instrumente financiare pe un orizont fix de timp
- Utilizarea acestui indicator implică alegerea arbitrară a doi parametri:
 - perioada de deținere a instrumentelor financiare (orizontul de timp),
 - nivelul de relevanță.
- Conform Acordului de la Basel privind Adecvarea Capitalului :
 - orizontul de timp este de două săptămâni (10 zile lucrătoare),
 - nivelul de relevanță este de 1 la sută.

Matodologii de calcul

- VaR analitic
- VaR calculat pe bază de simulare Monte Carlo
- VaR istoric
- VaR calculat pe baza mapării pozițiilor in active financiare la factorii de risc
- VaR cu volatilitate măsurată prin modele EWMA
- VaR cu volatilitate măsurată prin modele GARCH

VaR analitic

- Ipoteza pe care se bazează această metodă este că randamentele activelor din portofoliu (R) pe orizontul de deținere (h) sunt normal distribuite, având media μ și deviația standard σ : $R \sim N(\mu, \sigma)$
- Dacă valoarea prezentă a portofoliului este S , VaR -ul pentru orizontul de h zile, cu nivelul de relevanță α este : $VaR = -(Z_\alpha \sigma + \mu)S$
unde Z_α este cea mai mică percentilă α a distribuției normale standard

VaR istoric

- Ipoteză: informațiile incluse în prețurile din trecutul apropiat sunt suficiente pentru cuantificarea riscului din viitorul apropiat
- Constă în calculul unei serii ipotetice de profit și pierdere (P/L) sau randamente zilnice pentru portofoliul curent, pentru o perioadă istorică specifică
- VaR -ul este estimat pe baza distribuției seriei P/L
- Alte metodologii pentru calculul VaR istoric ponderează valorile P/L folosite în construirea distribuției seriei P/L

Maparea pozițiilor la factorii de risc

- Descompunerea instrumentelor financiare într-un număr mic de instrumente de bază
- Tipuri de instrumente:
 - poziții spot pe curs de schimb,
 - Poziții spot în acțiuni,
 - obligațiuni zero-cupon,
 - poziții *futures/forward*.

Maparea pozițiilor în acțiuni

- Utilizarea modelului *CAPM* sau a altor modele factoriale

Modelul *CAPM*

$$R_k = \alpha_k + \beta_k R_m + \varepsilon_k$$

$$\sigma_k^2 = \beta_k^2 \sigma_m^2 + \sigma_{k,S}^2$$

Pentru o acțiune $VaR = -Z_\alpha \sigma_k x_k$

Pentru un portofoliu diversificat

$$VaR = -Z_\alpha X \sigma_m \sum_{k=1}^n \left(\frac{\beta_k x_k}{X} \right)$$

Maparea pozițiilor în opțiuni

- Aproximări de ordinul unu sau doi ale seriei Taylor: metodologia delta și metodologia delta-gamma

Metodologia delta-gamma

$$\Delta c \approx \delta \Delta S + \frac{1}{2} \gamma (\Delta S)^2$$

$$VaR \approx \delta Z_\alpha \sigma S - \frac{1}{2} (Z_\alpha \sigma S)^2$$

VaR calculat utilizând EWMA

$$\hat{\sigma}_t^2 = (1 - \lambda)r_{t-1}^2 + \lambda\hat{\sigma}_{t-1}^2$$

λ reprezintă o constantă de ponderare (RiskMetrics, 0.94)

Volatilitatea calculată prin modele *EWMA* poate fi încorporată în modele *VaR* prin:

- Simulare istorică cu ponderarea datelor funcție de volatilitate. Randamentele istorice sunt standardizate pe baza volatilității condiționate.
- Simulare Monte Carlo utilizând *EWMA*. Randamentele pot fi simulate considerând că urmează o distribuție normală, dar matricea de covarianță este creată utilizând *EWMA*.
- VaR analitic utilizând *EWMA*.

VaR calculat utilizând modelele *GARCH*

Includerea modelelor *GARCH* în calculul *VaR*, ca și în cazul modelelor *EWMA*, poate fi realizată prin:

- *VaR* analitic, similar ca în cazul *EWMA*, prin utilizarea unei matrice de covarianță bazată pe modele *GARCH*.
- Simulare istorică în care datele sunt ponderate funcție de volatilitate – datele sunt standardizate funcție de volatilitatea lor estimată prin modele *GARCH*.
- Simulare Monte Carlo. Evoluția randamentelor poate fi simulată pe baza unei matrice de covarianță calculate pe bază de modele *GARCH*, ceea ce permite atât simularea evoluției volatilității cât și simularea evoluției randamentelor activelor.
- Utilizarea modelelor *GARCH* pentru modelarea directă P/L-ului portofoliului și calculul *VaR* funcție de volatilitatea condiționată a acestuia, în acest fel evitându-se calculul matricelor de covarianță

Calculul VaR pentru un portofoliu de acțiuni

Portofoliu

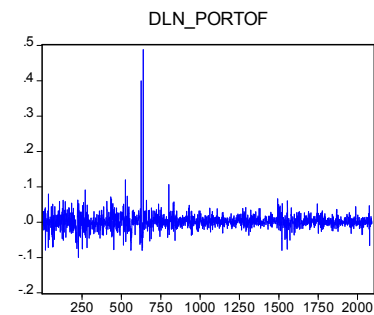
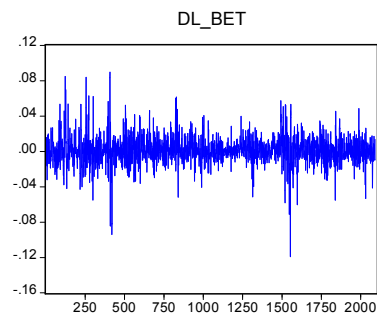
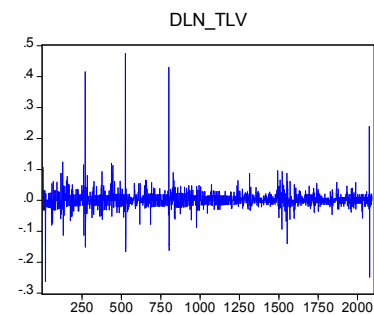
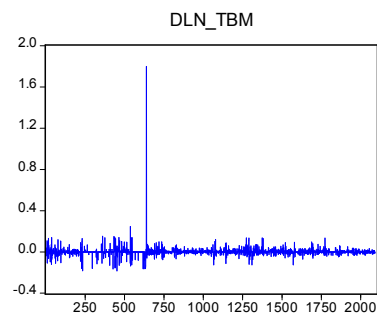
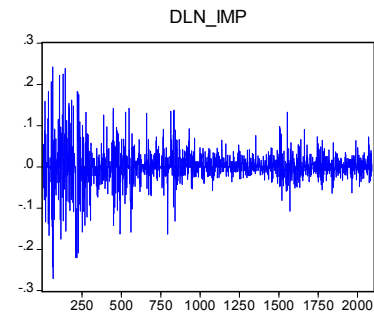
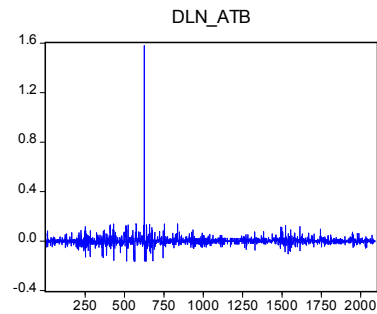
- Antibiotice Iași (ATB), Impact București (IMP), Turbomecanica (TBM) și Banca Transilvania (TLV) având ponderi egale
- Calculul VaR realizat pe date zilnice, perioada analizată fiind ianuarie 1999 – mai 2007
- Măsuri *VaR* sunt:
 - *VaR* analitic,
 - *VaR* istoric,
 - *VaR* prin maparea pozițiilor pe baza modelului *CAPM*,
 - *VaR* pe baza de volatilitate *EWMA* și
 - *VaR* pe bază de volatilitate estimată prin modele *GARCH*

Momentele distribuției seriilor și coeficienții de corelație

	Medie	Deviatie standard	Asimetrie	Kurtotica
ATB	0.0022	0.0468	18.1778	619.4992
IMP	0.0012	0.0402	-0.3704	12.4466
TBM	0.0019	0.0511	20.7436	732.6264
TLV	0.0024	0.0301	3.7545	77.5376
BET	0.0015	0.0158	-0.0568	9.0518
PORTOFOLIU	0.0019	0.0234	6.5188	132.5431

	ATB	IMP	TBM	TLV
ATB	1	0.08	0.09	0.07
IMP	0.08	1	0.05	0.06
TBM	0.09	0.05	1	0.05
TLV	0.07	0.06	0.05	1

Evoluția randamentelor zilnice ale seriilor



VaR analitic

A fost calculată deviația standard a P/L -ului portofoliului de acțiuni pe ultimele 250 de zile, și pe baza acestei serii, considerând o valoare a portofoliului de o unitate monetară (1 RON), un nivel de relevanță de 1 la sută și un orizont de prognoză de 10 zile a fost generată măsura VaR pe baza relației

$$VaR = 2.32635 \cdot \sigma_p \cdot \sqrt{10}$$

VaR istoric

- Măsura *VaR* pentru un orizont de 10 zile a fost considerată percentila 1 la sută pentru seria de randamente zilnice ale portofoliului înmulțită cu $\sqrt{10}$

VaR prin maparea pozițiilor estimare beta

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.001284	0.000443	2.895438	0.0038
_ATB--DL_BET	0.553463	0.063874	8.66492	0
_IMP--DL_BET	0.421958	0.055117	7.655735	0
_TLV--DL_BET	0.521952	0.04014	13.00313	0
_TBM--DL_BET	0.224905	0.070823	3.175588	0.0015
Fixed Effects (Cross)				
_ATB--C	0.000112			
_IMP--C	-0.000701			
_TLV--C	0.000318			
_TBM--C	0.000272			

Effects Specification

Cross-section fixed (dummy variables)

Weighted Statistics

R-squared	0.03432	Mean dependent var	0.046771
Adjusted R-squared	0.033511	S.D. dependent var	1.017676
S.E. of regression	1.000479	Sum squared resid	8360
F-statistic	42.40384	Durbin-Watson stat	2.018084
Prob(F-statistic)	0		

Unweighted Statistics

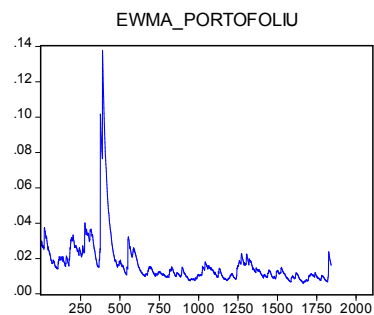
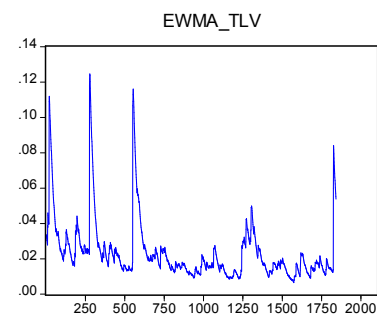
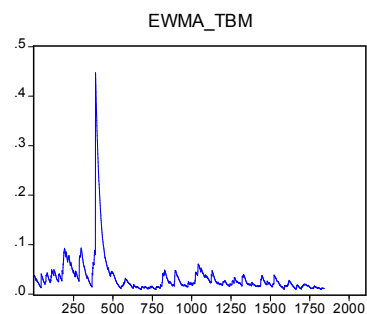
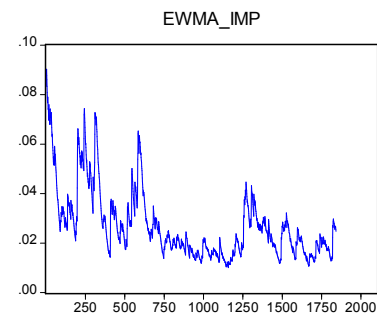
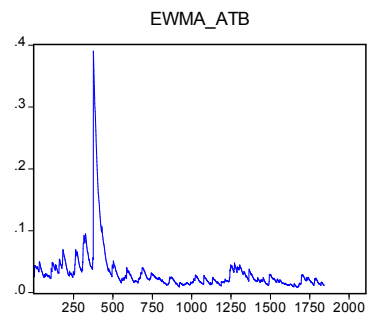
R-squared	0.027444	Mean dependent var	0.001923
Sum squared resid	14.88846	Durbin-Watson stat	1.996602

VaR prin maparea pozițiilor metodologie

- Măsura *VaR*, cu un nivel de relevanță de 1 la sută și orizont de 10 zile a fost generată pe baza relației:

$$VaR = 2.32635 \cdot \sigma_m \cdot \sqrt{10} \cdot \sum_{k=1}^4 \beta_k x_k$$

VaR cu EWMA - volatilități



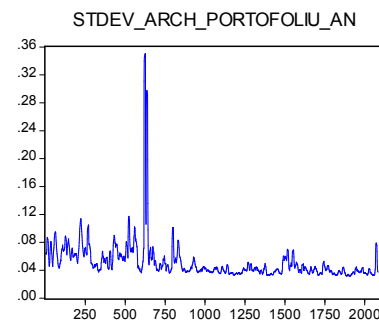
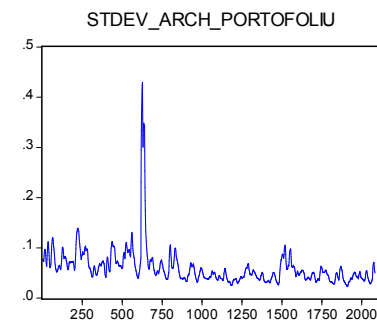
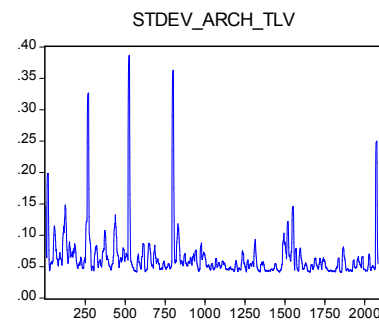
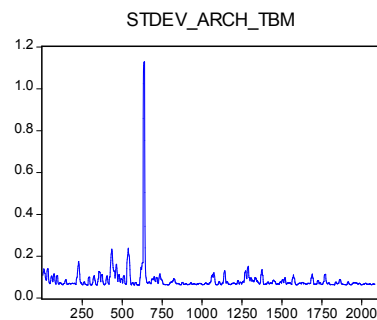
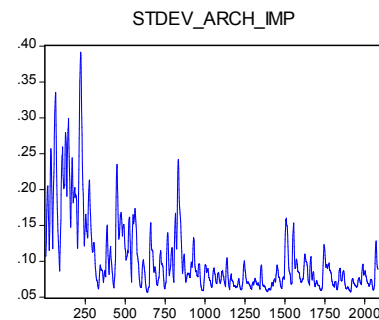
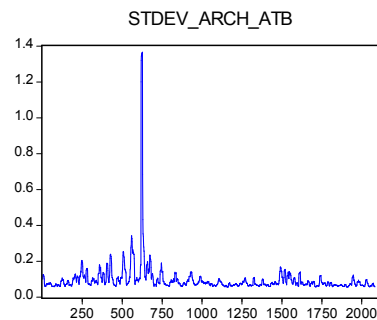
VaR cu EWMA - metodologie

- Măsura *VaR* care încorporează volatilitățile calculate pe baza metodologiei *EWMA* a fost generată prin metoda analitică, orizontul de timp fiind de 10 zile, iar nivelul de relevanță de 1 la sută.

$$VaR_{EWMA} = 2.32635 \cdot \sigma_{p_EWMA} \cdot \sqrt{10}$$

- unde σ_{p_EWMA} reprezintă volatilitatea portofoliului, calculată pe baza volatilității *EWMA* a celor patru acțiuni și a coeficienților de corelație dintre acestea, considerați constanți.

VaR cu GARCH - volatilități



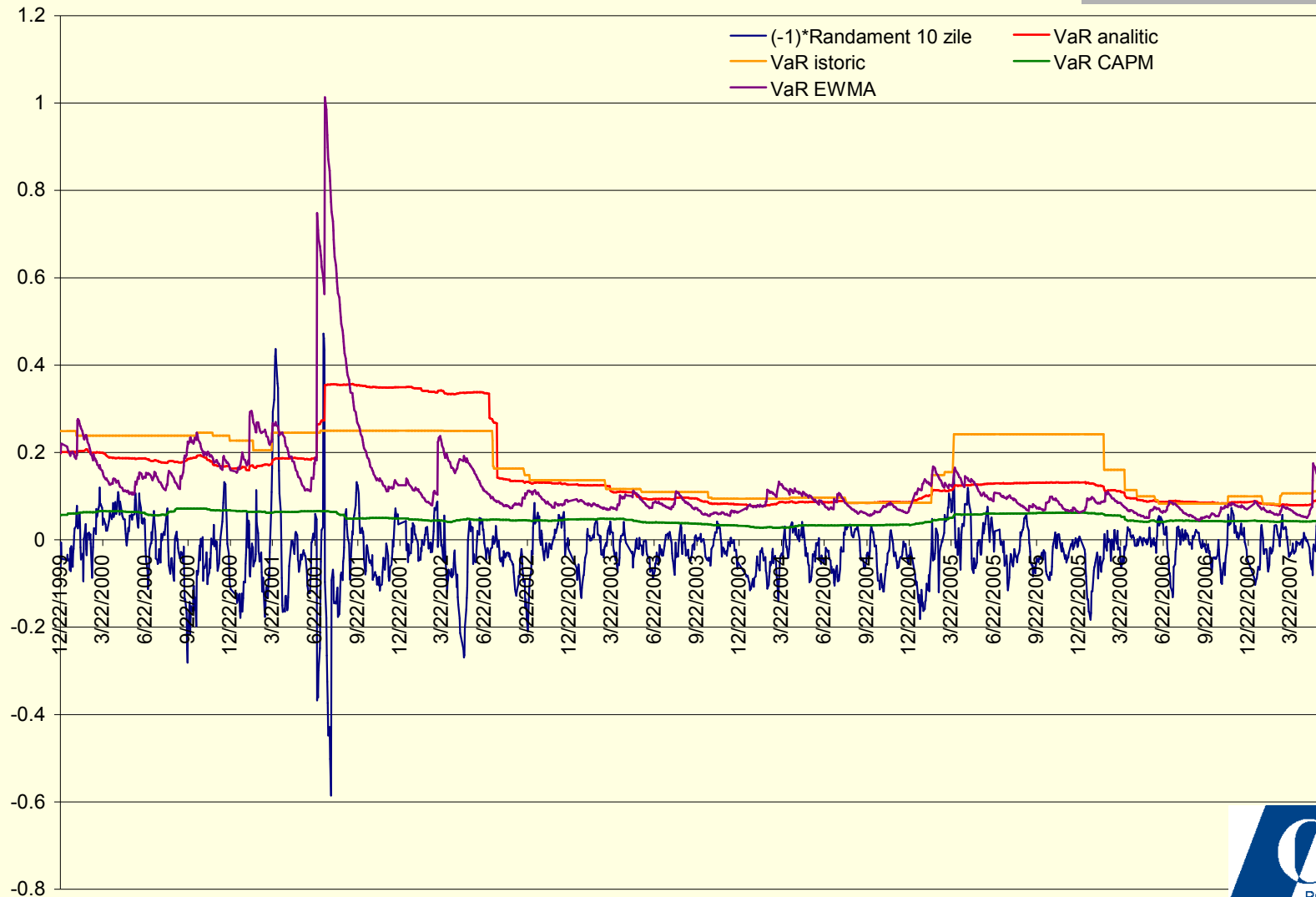
VaR cu GARCH - metodologie

- Măsura *VaR* pentru un nivel de relevanță de 1 la sută și un orizont de 10 zile conform relației:

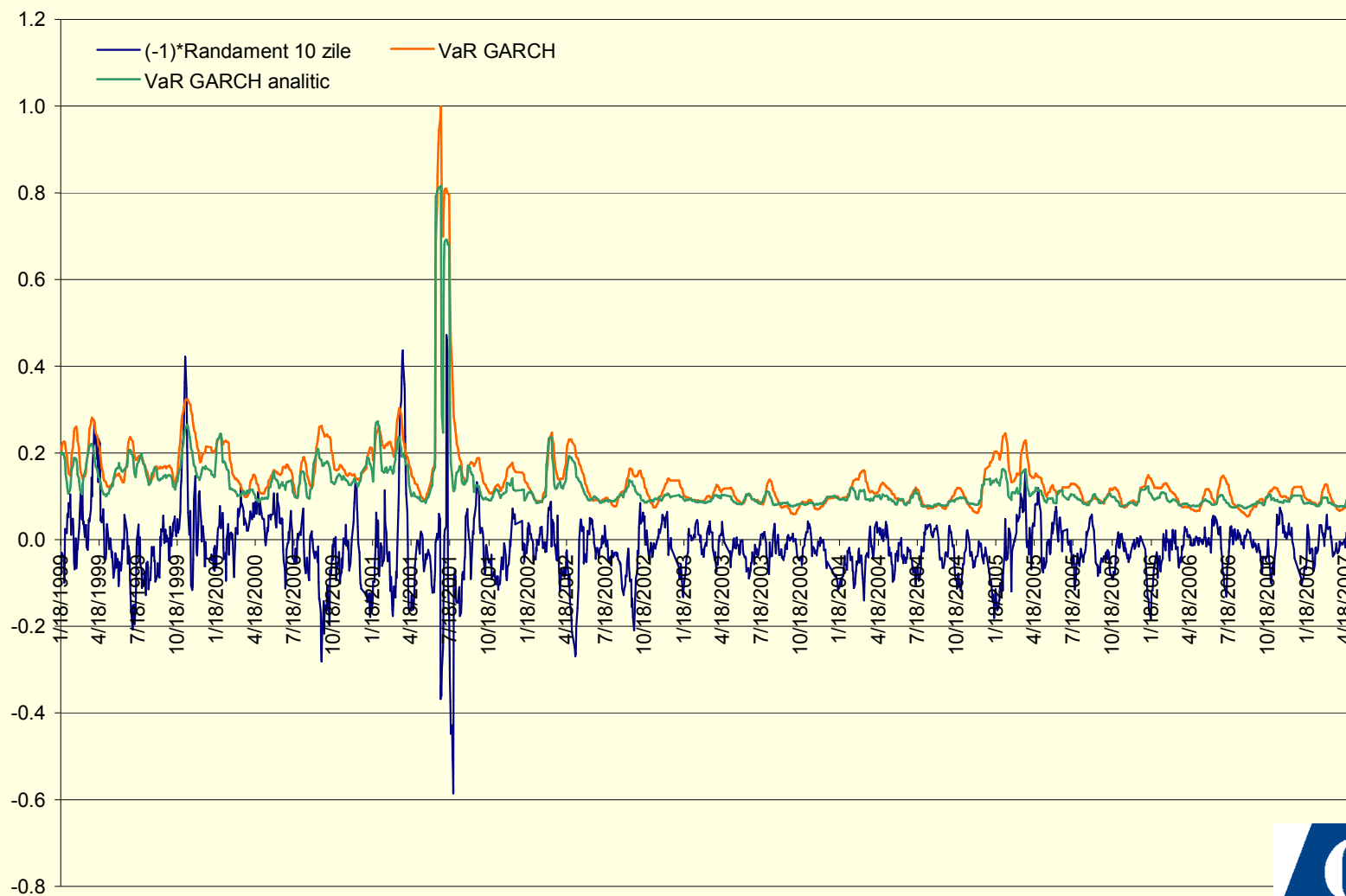
$$VaR = 2.32535 \cdot \sigma_{ARCH}$$

- Ipoteză: coeficienții de corelație sunt constanți în perioada analizată

VaR istoric, analitic, prin maparea pozițiilor și EWMA



VaR prin modele GARCH



Rezultate

Metodologie	Rata de eroare (%)
<i>VaR analitic</i>	0.760
<i>VaR istoric</i>	0.598
<i>VaR CAPM</i>	7.442
<i>VaR EWMA</i>	0.489
<i>VaR GARCH</i>	0.724
<i>VaR GARCH analitic</i>	1.689

Rezultate

- Metodologiile care s-au încadrat în nivelul de relevanță de 1 la sută sunt: *VaR* analitic, *VaR* istoric, *VaR EWMA* și *VaR GARCH* aplicat randamentelor portofoliului.
- Modelul pe bază de mapare a pozițiilor pe baza modelul *CAPM* subestimează constant riscul de piață al portofoliului (rata de eroare este de 7,442 la sută). O posibilă explicație pentru aceste rezultate este faptul că portofoliul conține un număr mic de acțiuni și, ca urmare, factorii de risc specifici fiecărei firme au un impact încă semnificativ asupra riscului portofoliului.
- Modelul bazat pe *EWMA* a generat cele mai puține erori în perioada analizată având o rată de eroare de sub 0,5 la sută.
- De asemenea și modelul pe bază de simulare istorică, modelul analitic și modelele bazate pe estimarea volatilității prin modele *GARCH* aplicate randamentelor portofoliului se încadrează în nivelul de relevanță de 1 la sută. Dintre aceste patru modele se detașează modelul bazat pe *GARCH* aplicat randamentelor portofoliului, care față de celelalte două implică cerințe de capital mai reduse.
- Dintre cele două modele *GARCH*, modelul bazat pe metoda analitică nu satisface cerința unui nivel de relevanță de 1 la sută, o posibilă explicație fiind modificarea în timp a coeficienților de corelație dintre activele incluse în portofoliu.

Calculul VaR pentru un portofoliu de opțiuni

Portofoliu

Opțiune	Call/Put:	Preț de exercițiu	Barieră 1	Barieră 2	Scadență	Volatilitate	Poziție	Notional (mil. EUR)	Primă (EUR)	
Double No Touch	Payout în EUR		3.1900	Out 3.4000	Out	Tue, 11 Dec 2007	5.128	Short	1,000,000	217,500
Vanilla	EUR Put	3.25				Tue, 11 Sep 2007	5.816	Long	10,000,000	22,040
Vanilla	EUR Call	3.27				Tue, 11 Sep 2007	5.816	Long	10,000,000	
Vanilla	EUR Put	3.2725				Wed, 11 Jul 2007	5.888	Long	10,000,000	38,171
Double Knock Out	EUR Call	3.3534	3.1900	Out 3.4050	Out	Tue, 11 Dec 2007	5.128	Long	10,000,000	20,202
Vanilla	EUR Call	3.3532				Thu, 6 Sep 2007	5.936	Long	10,000,000	109,119
Vanilla	EUR Put	3.2205				Thu, 6 Sep 2007	5.936	Long	10,000,000	
Vanilla	EUR Call	3.5064				Thu, 5 Jun 2008	5.691	Long	10,000,000	8,409
Vanilla	EUR Put	3.242				Thu, 5 Jun 2008	5.691	Short	10,000,000	
Forward		3.325869				Tue, 11 Dec 2007		Long	6,000,000	

Valoare portofoliu	233,146
Delta	-13,090,257
Vega	56,626
Gamma	7,523,093
Theta	-1,806
Rho	-66,025

VaR prin simulare - metodologie

- Funcție de volatilitatea cursului *EUR/RON* și a volatilității volatilității cursului *EUR/RON* s-au calculat intervalele de variație, cu un orizont de o zi, cu o probabilitate de 99 la sută, a cursului de schimb și a volatilității cursului de schimb aferentă scadenței medii a portofoliului
- Pe baza celor două intervale de variație au fost generate scenarii de evoluție a cursului de schimb și a volatilității acestuia
- Pentru fiecare scenariu a fost calculat *P/L*-ul portofoliului de opțiuni.
- Măsura *VaR* pentru portofoliu, pentru un orizont de o zi, cu nivel de relevanță de 1 la sută a fost considerată ca fiind cea mai mare pierdere înregistrată de portofoliu.

VaR prin simulare

	Spot	2.9651	3.0452	3.1254	3.2055	3.2856	3.3658	3.4459
Volatilitate	Evolutie spot	-7.50%	-5.00%	-2.50%	0.00%	2.50%	5.00%	7.50%
1	P/L portofoliu	-163,961	-47,630	46,837	30,829	-46,393	378,435	801,353
0.5		-158,439	-40,251	54,270	16,993	-111,380	361,741	787,315
0		-150,314	-32,585	62,634	0	-189,498	345,194	770,568
-0.5		-141,721	-24,785	71,964	-18,944	-280,177	316,657	754,729
-1		-148,734	-31,030	64,428	-4,330	-206,018	339,831	767,126

VaR utilizând metodologia delta-gamma și considerând portofoliul delta-hedge-uit este – 423 213 EUR

Utilizare modelelor VaR

- Calcularea cerințelor de capital aferente riscului de piață, cerințe ce se exprimă ca multipli ai valorii *VaR*
- Posibilitatea de a compara performanța operațională a diferitelor unități care operează cu clase de active diferite și au profiluri de risc diferite
- Bugetarea riscului, managementul de pe nivelurile superioare alocând *VaR*-ul între diferitele departamente, scopul final fiind acela de a maximiza randamentul pentru *VaR*-ul alocat

Bibliografie

- Alexander, C (2001) „Market Models: A Guide to Financial Data Analysis”, Wiley.
- Basle Committee of Banking Supervision (1996) „Amendment to the Capital Accord to Incorporate Market Risks”.
- Codirlaşu, Adrian și Nicolaie Alexandru Chidesciuc (2008) "Econometrie aplicată utilizând EViews 5.1“, Academia de Studii Economice, București
- Crouhy, Michel, Dan Galai și Robert Mark (2001) „Risk Management”, McGraw-Hill.
- Hamilton, James D. (1994) „Time Series Analysis”, Princeton University Press.
- J. P. Morgan/Reuters (1996) „RiskMetrics – Technical Document, Fourth Edition”.
- Jorion, Philippe (2003) „Financial Risk Manager Handbook, Second Edition”, John Wiley & Sons
- Moinescu, Bogdan și Adrian Codirlaşu (2009) “Stratedii și instrumente de administrare a riscurilor bancare”, Academia de Studii Economice, București